

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



Кургалин С. Д.

03.05.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.14 Вероятностно-статистические методы в теории обработки данных

- 1. Код и наименование направления подготовки:**  
02.04.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:**  
Компьютерное моделирование и искусственный интеллект
- 3. Квалификация выпускника:**  
Магистр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**  
кафедра цифровых технологий
- 6. Составители программы:**  
Кургалин Сергей Дмитриевич, д.ф.-м.н., профессор  
Залыгаева Марина Евгеньевна, ст. преподаватель
- 7. Рекомендована:** НМС ФКН (протокол № 7 от 03.05.23)
- 8. Учебный год:** 2024-2025                      **Семестр:** 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются: знакомство студентов с приложениями теории

вероятностей и математической статистики к проблеме обработки и анализа данных.

Задачи учебной дисциплины:

– обучение навыкам практического использования математических методов при анализе и

обработке данных различной природы;

– получение практического опыта разработки и реализации алгоритмов в области анализа данных.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимо предварительное изучение следующих разделов математики: математический анализ, теория вероятностей, математическая статистика.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен демонстрировать фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий.	ПК-1.1	Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	Знает математическую формулировку базовых алгоритмов анализа данных.
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно- исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	Умеет выбирать и адаптировать существующие математические методы и алгоритмы для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности.
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области программирования и информационных технологий	Владеет навыками представления и визуализации результатов исследований и научной информации.
ПК-9	Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на	ПК-9.1	Владеет современными методами разработки и реализации алгоритмов математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	Знает методы математического и алгоритмического моделирования, используемые для обработки данных различной природы.
		ПК-9.2	Умеет разрабатывать и реализовывать алгоритмы	Умеет реализовывать математически сложные

	базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования		математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	алгоритмы на высокоуровневых языках программирования.
		ПК-9.3	Имеет практический опыт разработки и реализации алгоритмов на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	Владеет навыками адаптации известных алгоритмов и разработки новых алгоритмов для решения практических задач и реализации в программных комплексах.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 3/108.**

**Форма промежуточной аттестации:** экзамен

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			3 семестр
Аудиторные занятия		42	42
в том числе:	лекции	14	14
	практические		
	лабораторные	28	28
Самостоятельная работа		30	30
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)		36	36
Итого:		108	108

#### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Случайные процессы. Марковские моменты	Марковские моменты, мартингалы, полумартингалы, марковские случайные процессы	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10097">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10097</a>
1.2	Оптимальная остановка марковских случайных последовательностей	Постановка задач об оптимальной остановке, задача о выборе наилучшего объекта, регулярные функции, оптимальная остановка марковских последовательностей при наличии платы за наблюдения	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10097">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10097</a>
1.3	Оптимальная остановка марковских случайных процессов	Регулярные и эксцессивные функции, эксцессивные мажоранты, регулярная и эксцессивная характеристика цены, построение регулярных мажорант, уравнения для цены, обобщенная задача Стефана	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10097">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10097</a>

2. Лабораторные занятия			
2.1	Некоторые применения к задачам математической статистики	Последовательное разделение двух простых гипотез (дискретное время), последовательное различение двух простых гипотез о среднем значении винеровского процесса, задача о разладке (дискретное время), задача о разладке для винеровского процесса	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10097">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10097</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)			
		Лекции	Практические /Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Случайные процессы. Марковские моменты	2	4	4	10
2	Оптимальная остановка марковских случайных последовательностей	4	8	8	20
3	Оптимальная остановка марковских случайных процессов	4	8	8	20
4	Некоторые применения к задачам математической статистики	4	8	10	22
	Итого:	14	28	30	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для практических занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, конспектов практических занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы. Обязательным элементом самостоятельной работы является выполнение домашнего задания.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения требуется выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к онлайн-занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

В рамках дисциплины предусмотрено проведение трёх текущих аттестаций за семестр. Результаты текущей успеваемости учитываются при выставлении оценки по промежуточной аттестации в соответствии с положением П ВГУ 2.1.04.16–2019 «Положение о текущей и промежуточной аттестации знаний, умений и навыков обучающихся на факультете компьютерных наук Воронежского государственного университета с использованием балльно-рейтинговой системы».

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной программой реабилитации. Для лиц с нарушением слуха при необходимости допускается присутствие на лекциях и практических занятиях ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки на зачете может быть увеличено. Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации (например, с использованием программ-синтезаторов речи), а также использование на лекциях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). На лекциях и практических занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. При необходимости время подготовки на экзамене может быть увеличено. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости допускается присутствие ассистента на лекциях и практических занятиях. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводится на общих основаниях, при необходимости процедура экзамена может быть реализована дистанционно.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Авдошин, С. М. Дискретная математика. Модулярная алгебра, криптография, кодирование [Электронный ресурс] / Авдошин С. М., Набебин А. А. — Москва : ДМК Пресс, 2017 .— 352 с. — Книга из коллекции ДМК Пресс - Информатика .— ISBN 978-5-97060-408-3 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/93575>.
2	Каган, Е. С. Прикладной статистический анализ данных : учебное пособие / Е.С. Каган .— Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2018 .— 235 с. : ил., табл. — Библиогр.: с. 184-186. — http://biblioclub.ru/ .— ISBN 978-5-8353-2413-2 .— <URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573550>.
3	Буре, В. М. Методы прикладной статистики в R и Excel [Электронный ресурс] : учебное пособие / Буре В. М., Парилина Е. М., Седаков А. А. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 152 с. — Рекомендовано УМК ПМ-ПУ СПбГУ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлению «Прикладная математика и информатика», «Фундаментальная информатика и информационные технологии», а также другим математическим и естественнонаучным направлениям и специальностям в области техники и технологий .— Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-2229-6 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/112057>.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Роберт, И. . R в действии. Анализ и визуализация данных в программе R [Электронный ресурс] / Роберт И. , Кабаков ; Пер. с англ. Полины Волковой А. — Москва : ДМК Пресс, 2014 .— 588 с. — Книга из коллекции ДМК Пресс - Информатика .— ISBN 978-5-97060-077-1 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=58703>.
2	Мастицкий, С. Э. Статистический анализ и визуализация данных с помощью R [Электронный ресурс] / Мастицкий С. Э., Шитиков В. К. — Москва : ДМК Пресс, 2015 .— 496 с. — Книга из коллекции ДМК Пресс - Информатика .— ISBN 978-5-97060-301-7 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=73072>.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>
3	Электронно-библиотечная система "Лань": <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>
5	Электронный университет ВГУ: <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Прикладная математическая статистика : учебное пособие / ; сост. А. А. Мицель ; Министерство образования и науки Российской Федерации .— Томск : ТУСУР, 2016 .— 113 с. : ил. — Библиогр. в кн .— <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a> .— <URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480889>.

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Аудитория для лабораторных занятий: компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и доступом к электронным библиотечным системам, специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Разделы 1-4	ПК-1 ПК-8 ПК-9	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3 ПК-8.1 ПК-8.2 ПК-8.3 ПК-9.1 ПК-9.2 ПК-9.3	Лабораторная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Вопросы к экзамену

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

– лабораторная работа.

#### Типовые задания для лабораторных работ

##### Лабораторная работа № 1

«Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов».

Цель работы: ознакомить и подготовить студентов к изучению сложных разделов стохастики.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает наличие у студента вспомогательного материала для подготовки к собеседованию.

Отчёт о работе проводится в виде собеседования.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо правильно ответить более чем на один вопрос.

Задание: дать ответы на предоставленные вопросы: условная вероятность, независимость величин, случайные величины, мартингалы, закон больших чисел

##### Лабораторная работа № 2

«Некоторые классические модели и распределения».

Цель работы: научить применять полученные теоретические знания к исследованию некоторых задач.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает наличие у студента вспомогательного материала для подготовки к собеседованию.

Отчёт о работе проводится в виде собеседования.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо правильно ответить более чем на один вопрос.

Задание: дать ответы на предоставленные вопросы: схема Бернулли, случайные блуждания, мартингалы, семимартингалы, марковские цепи.

## Лабораторная работа № 3

«Вероятностная модель эксперимента с бесконечным числом исходов»

Цель работы: научить применять полученные теоретические знания к исследованию некоторых задач.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает наличие у студента вспомогательного материала для подготовки к собеседованию.

Отчёт о работе проводится в виде собеседования.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо правильно ответить более чем на один вопрос.

Задание: дать ответы на предоставленные вопросы: оптимальная остановка случайных процессов, задача о выборе, задача о разладке.

### 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных

средств:

– собеседование по экзаменационным билетам.

#### Перечень вопросов к экзамену

1. Вероятностная модель с конечным числом исходов. Схема Бернулли.
2. Вероятностная модель с конечным числом исходов. Независимость величин.
3. Случайные величины.
4. Мартингалы.
5. Некоторые известные распределения случайных величин.
6. Вероятностная модель с бесконечным числом исходов.
7. Задача о выборе.
8. Задача о разладке.

**Приведённые ниже задания рекомендуется использовать при проведении диагностических работ для оценки остаточных знаний по дисциплине.**

#### Задания с выбором ответа

№	Задание	Варианты ответа	Верный ответ
1	Репрезентативность выборки обеспечивается:	а) случайностью отбора; б) таблицей; в) вариацией; г) группировкой.	а
2	Ранжирование – это операция, заключающаяся в том, что наблюдаемые значения случайной величины располагают в порядке:	а) группирования; б) неубывания; в) расположения; г) невозрастания.	б
3	Различные значения признака (случайной величины $X$ ) называются:	а) частостями; б) частотами; в) вариантами; г) выборкой.	в



4	3,1,3,1,4,2,2,4,0,3,0,2,2,0,2 – выборка. 0,1,2,3,4 - ?	а) ряд; б) варианты; в) частоты; г) частости.	б
5	3,1,3,1,4,2,2,4,0,3,0,2,2,0,2 – выборка. Частота варианты 0 равна:	а) 3; б) 1/5; в) 5; г) 1/3.	а
6	Отношение частоты данного варианта к общей сумме частот всех вариантов называется:	а) группой; б) вариацией; в) частотой; г) частостью.	г
7	3,1,3,1,4,2,2,4,0,3,0,2,2,0,2 – выборка. 0,0,0,1,1,2,2,2,2,3,3,3,4,4 - ?	а) ранжированный ряд; б) полигон; в) группа; г) вариационный ряд.	а
8	Ранжированный ряд вариантов с соответствующими им весами называют:	а) группировкой; б) выборкой; в) функцией; г) вариационным рядом.	г
9	Гистограмма служит для изображения:	а) интервального ряда; б) полигона; в) дискретного ряда; г) кумуляты.	а
10	Эмпирической функцией распределения $F(x)$ называется относительная частота того, что признак (случайная величина $X$ ) примет значение, ...	а) меньшее заданного $x$ ; б) большее заданного $x$ ; в) равное заданному $x$ . г) равное 0	а

#### Задания с кратким ответом

№	Задание	Верный ответ
1	Средняя арифметическая постоянной $C$ равна ...	$C$
2	Медианой вариационного ряда называется значение признака, приходящееся на ...ранжированного ряда наблюдений.	центр/середину
3	Вариант, которому соответствует наибольшая частота, называют ... вариационного ряда.	мода
4	Дисперсия постоянной $C$ равна:	0
5	Оценка называется ... , если ее математическое ожидание равно оцениваемому параметру.	Несмещенной

#### Задания с развернутым ответом

**Задание 1.**

ЗАДАНИЕ. Тринадцать цветных полос расположены в порядке убывания окраски от темной к светлой и каждой полосе присвоен ранг – порядковый номер  $A$ . При проверке способности различать оттенки цветов испытуемый расположил полосы в следующем порядке  $B$ :

$A$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$B$	6	3	4	2	1	10	7	8	9	5	11	13	12

Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена между «правильными» рангами оттенков  $A$  и рангами  $B$ , которые им присвоил испытуемый.

РЕШЕНИЕ. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена  $R_S$  определим по формуле

$$R_S = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{13} d_i^2}{n^3 - n},$$

где  $d_i = x_i - y_i$ ;  $n = 13$  – объем выборки. Ранговые разности  $d_i$  приведены в таблице ниже:

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	<b>Сумма</b> <b>а</b> <b>90</b>
$y_i$	6	3	4	2	1	10	7	8	9	5	11	13	12	
$d_i = x_i - y_i$	-5	-1	-1	2	4	-4	0	0	0	5	0	-1	1	
$d_i^2$	25	1	1	4	16	16	0	0	0	25	0	1	1	

Вычисляем  $R_S = 1 - \frac{6 \cdot 90}{13^3 - 13} \approx 0,753$ .

ОТВЕТ. 0,753

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

## Задание 2.

ЗАДАНИЕ. Экспериментальные данные о значениях переменных  $x$  и  $y$  приведены в таблице:

$x_i$	1	2	4	6	8
$y_i$	3	2	1	0,5	0

В результате их выравнивания получена функция  $y = \frac{5}{2x}$ . Используя метод наименьших

квадратов, аппроксимировать эти данные линейной зависимостью  $y = ax + b$  (найти параметры  $a$  и  $b$ ). Выяснить, какая из двух линий лучше (в смысле метода наименьших квадратов) выравнивает экспериментальные данные. Сделать чертеж.

РЕШЕНИЕ.

Параметры  $a$  и  $b$  уравнения  $y = ax + b$  по методу наименьших квадратов можно найти из системы уравнений:

$$\begin{cases} a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i \\ a \sum x_i + b n = \sum y_i \end{cases}$$

где суммирование ведется по  $i$  от 1 до  $n$ ,  $n = 5$ . Составим расчетную таблицу:

						<b>Сумма</b>
$x_i$	1	2	4	6	8	<b>21</b>
$y_i$	3	2	1	0,5	0	<b>6,5</b>
$x_i^2$	1	4	16	36	64	<b>121</b>
$x_i y_i$	3	4	4	3	0	<b>14</b>

Получаем систему:

$$\begin{cases} 121a + 21b = 14, \\ 21a + 5b = 6,5. \end{cases}$$

откуда находим  $a = -0,405$ ,  $b = 3,003$ , то есть получаем функцию  $y = -0,405x + 3,003$ .

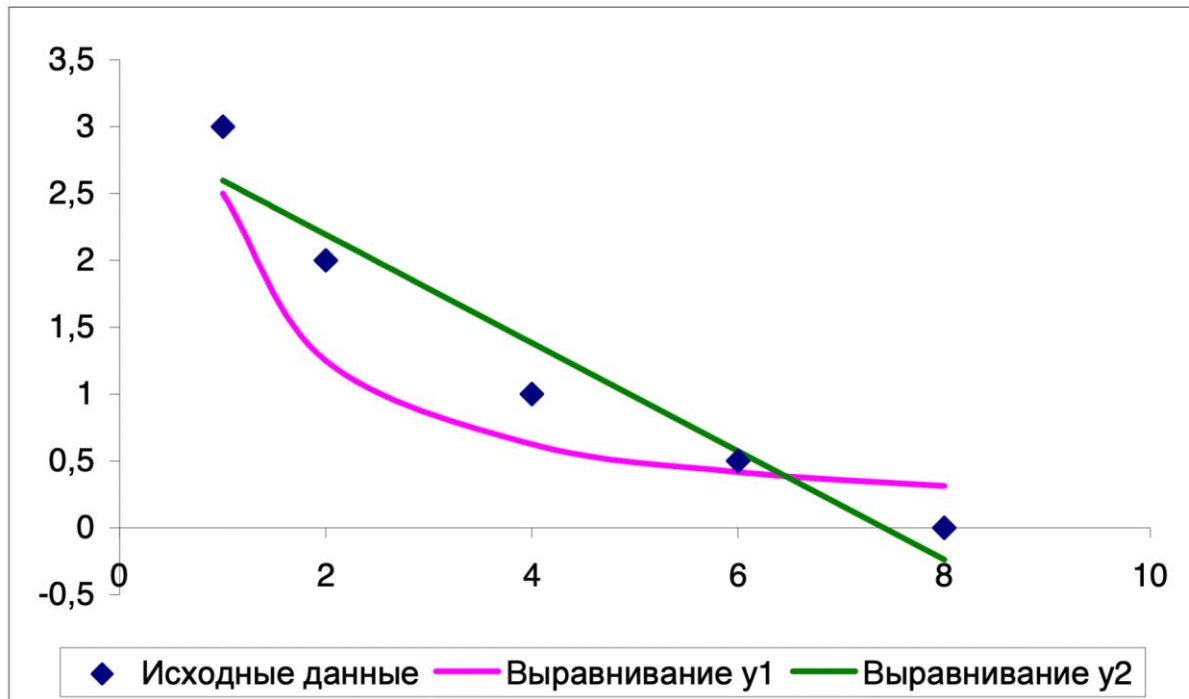
Выясним, какая из двух линий лучше (в смысле метода наименьших квадратов) выравнивает экспериментальные данные.

Обозначим  $y_1 = \frac{5}{2x}$ ,  $y_2 = -0,405x + 3,003$ . Вычислим сумму квадратов отклонений в обоих случаях:

						<b>Сумма</b>
$x_i$	1	2	4	6	8	<b>21</b>
$y_i$	3	2	1	0,5	0	<b>6,5</b>
$y_{1i}$	2,500	1,250	0,625	0,417	0,313	<b>5,104</b>
$y_{2i}$	2,598	2,193	1,383	0,573	-0,237	<b>6,510</b>
$(y_i - y_{1i})^2$	0,250	0,563	0,141	0,007	0,098	<b>1,058</b>
$(y_i - y_{2i})^2$	0,162	0,037	0,147	0,005	0,056	<b>0,407</b>

Видно, что так как  $0,407 < 1,058$ , вторая линия (прямая) лучше в смысле метода наименьших квадратов выравнивает данные.

Сделаем чертеж.



### Задание 3.

#### ЗАДАНИЕ.

Данные наблюдений над случайной двумерной величиной (X, Y) представлены в корреляционной таблице. Методом наименьших квадратов найти выборочное уравнение прямой регрессии Y на X.

X	Y					n <sub>x</sub>
	10	20	30	40	50	
3	7	-	-	-	-	7
8	11	5	-	-	-	16
13	-	19	15	5	-	39
18	-	3	15	6	1	25
23	-	-	2	4	4	10
28	-	-	-	-	3	3
n <sub>y</sub>	18	27	32	15	8	100

#### РЕШЕНИЕ.

Напишем уравнение прямой регрессии, которая обладает тем свойством, что сумма квадратов отклонений всех точек совокупности от этой прямой есть величина минимальная. Пусть уравнение этой прямой имеет вид  $y = kx + b$ , тогда по методу наименьших квадратов коэффициенты определяются из системы:

$$\begin{cases} nb + k \sum xn_x = \sum yn_y, \\ b \sum xn_x + k \sum x^2n_x = \sum xyn_{xy}. \end{cases}$$

Найдем необходимые величины из расчетной таблицы:

Найдем необходимые величины из расчетной таблицы:

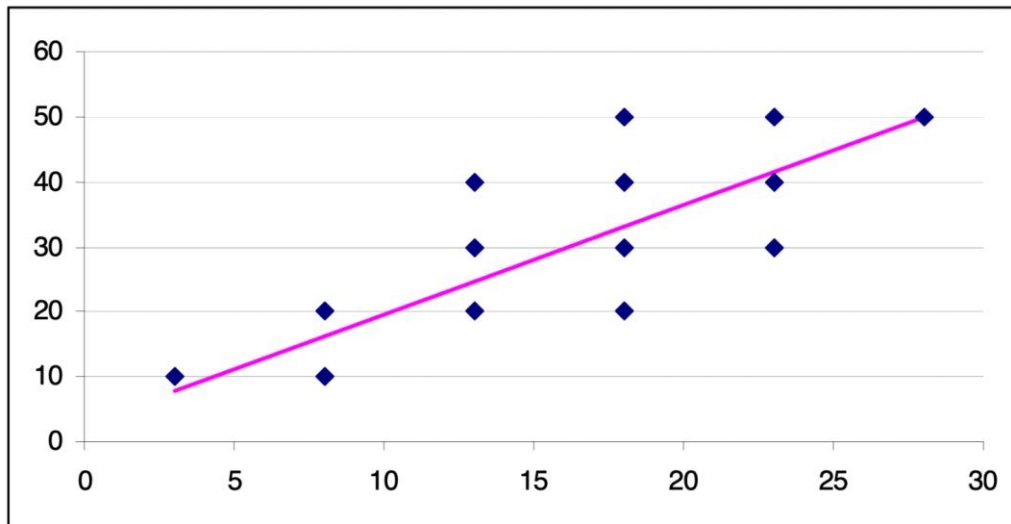
X\Y	10	20	30	40	50	n <sub>x</sub>	xn <sub>x</sub>	x <sup>2</sup> n <sub>x</sub>
3	7					7	21	63
8	11	5				16	128	1024
13		19	15	5		39	507	6591
18		3	15	6	1	25	450	8100
23			2	4	4	10	230	5290
28					3	3	84	2352
n <sub>y</sub>	18	27	32	15	8	100	1420	23420
yn <sub>y</sub>	180	540	960	600	400	2680		
xyn <sub>xy</sub>	1090	6820	15330	10600	9700	43540		

Подставляем найденные величины в систему и решаем ее:  $n = 100$ ,  $\sum xn_x = 1420$ ,  
 $\sum yn_y = 2680$ ,  $\sum x^2n_x = 23420$ ,  $\sum xyn_{xy} = 43540$

$$\begin{cases} 100b + 1420k = 2680, \\ 1420b + 23420k = 43540, \end{cases}$$

откуда  $k = 1,684$ ,  $b = 2,883$ , уравнение регрессии:  $y = 1,684x + 2,883$ .

Построим чертеж (корреляционное поле и линию регрессии):



#### Задание 4.

ЗАДАНИЕ. Дан следующий вариационный ряд

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_i$	1	1	2	2	4	4	4	5	5	5

Требуется

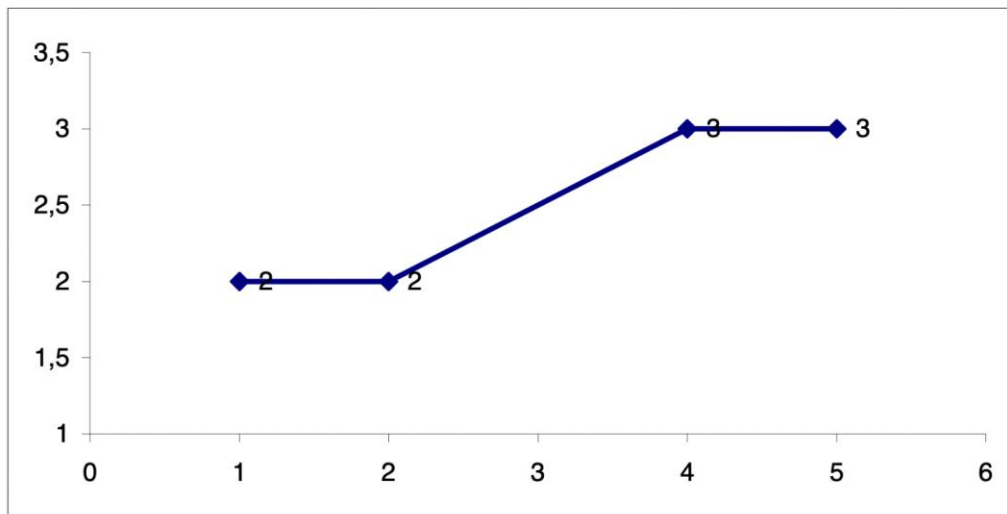
- 1) Построить полигон распределения
- 2) Вычислить выборочную среднюю, дисперсию, моду, медиану.
- 3) Построить выборочную функцию распределения
- 4) Найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

РЕШЕНИЕ. В задании дана выборка объема  $n = 10$ .

1) Полигон распределения – это зависимость абсолютной частоты варианта  $m_i$  от значения варианта  $x_i$ . Эту зависимость можно представить в виде таблицы:

$x_i$	1	2	4	5
$m_i$	2	2	3	3

Строим график полигона частот:



2) Вычислим выборочную среднюю, дисперсию, моду, медиану.

Выборочная средняя:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i m_i = \frac{1}{10} (1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 3) = \frac{33}{10} = 3,3.$$

Выборочная дисперсия

$$D_x = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 m_i - 3,3^2 = \frac{1}{10} (1 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 16 \cdot 3 + 25 \cdot 3) - 3,3^2 = 2,41.$$

Выборочное среднееквдратичное отклонение:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{2,41} \approx 1,552.$$

Мода равна варианту, имеющему наибольшую частоту:  $x_{Mo} = 4; 5$  (две моды)

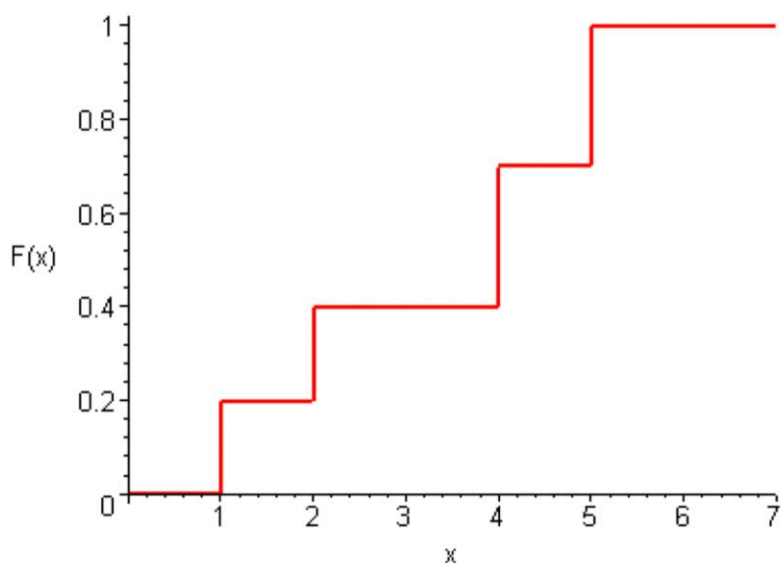
Медиана равна среднему варианту выборки:  $x_{Me} = 4$ .

3) Выборочная функция распределения аналогична функции распределения дискретной случайной величины. Для ее нахождения запишем ряд распределения выборки, где

$$p_i = \frac{m_i}{n} = \frac{m_i}{10} \text{ -- относительная частота варианта } x_i.$$

$x_i$	1	2	4	5
$p_i$	0,2	0,2	0,3	0,3

Построим график:



4) Несмещенная оценка математического ожидания совпадает с выборочной средней:  
 $M(X) = \bar{x} = 3,3$ .

Несмещенная оценка дисперсии отличается от выборочной дисперсии в большую сторону:  $D(X) = \frac{n}{n-1} D_x = \frac{10}{9} 2,41 \approx 2,678$ .

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	–	Неудовлетворительно